FIȘĂ DE LUCRU – RECAPITULARE – NUMERE COMPLEXE; Clasa a X-a

1. Arată că: $a=(4+3i)^2+(3-4i)^2 \in \mathbb{N}$.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=Eq4xQ8hHfTI (2:20)

2. Arată că $A=z(2+3i)+\bar{z}(2-3i)\in \mathbb{R}$ pentru orice număr complex z .

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=Eq4xQ8hHfTI (8:05)

3. Determină numerele complexe z știind că $2\bar{z}-z=1-3i$.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=Eq4xQ8hHfTI (12:16)

4. Rezolvă ecuațiile:

a) $x^2-x+1=0$ b) $x^2+3x+3=0$ c) $(x-1)^2=-9$ d) $(x+3)^2=25$

e) $x^2=-16$ f) $(x-2)^2=-25$ g) $x^4+34x^2+225=0$ i) $z^2-(2+3i)z-(5-i)=0$

Rezolvări: https://www.youtube.com/watch?v=o8pgKZO5zDI

5. a) Calculează $\frac{z_1}{z_2}$, unde $z_1=7(\cos 50^o+i\sin 50^o)$, $z_2=\sqrt{7}(\cos 75^o+i\sin 75^o)$.

b) Calculează $\frac{(-1+i\sqrt{3})^3}{(1+i)^6}$.

(Rezolvări începând cu 3:20 https://www.youtube.com/watch?v=faoRCzYQX7g – inainte este prezentată teorie)

6. Determină numărul complex z știind că $z-2\bar{z}=-2+6i$.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=dSLhN8PW0mM (0:40)

7. Calculează modulul numărului complex $z=(2+3i)(2-3i)-(9-3i)$.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=WcInCTf6drs (0:50)

8. Arată că numărul $A=z(2+3i)+\bar{z}(2-3i)$ este real, pentru orice număr complex z .

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=pN_6tuSZSpI (0:50)

9. Calculează $\left(\frac{1-2i}{3-i}\right)^{32}$.

Indicație: Se folosește forma trigonometrică a numerelor complexe.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=_qoP1lfuSJc&t=386s (Rezolvarea începe la 2:50. Până la 2:50 este prezentată teorie)

10. Să se determine rădăcinile de ordinul n pentru numerele complexe date:

a) $z=1,\ n=6$ (Minutul 6:20 - https://www.youtube.com/watch?v=FXBQxls9buk – la început este prezentată teorie)

b) $z=\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}$, $n=4$ (Minutul 23:11 https://www.youtube.com/watch?v=RR2QzalvvJM)

c) $z=\sqrt{3}+i$, $n=5$ (Minutul 2:07 https://www.youtube.com/watch?v=qZJ4zNZk-ZM)

11. Dacă z_1, z_2 sunt numere complexe cu $|z_1|=|z_2|=1$ și $\operatorname{Re}|z_1| \neq \operatorname{Re}|z_2|$, atunci $\dfrac{z_1+z_2}{1+z_1z_2} \in \mathbb{R}$.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=O3e7gZv5IXM

12. Dacă $z \in \mathbb{C}^*$, $z+\dfrac{1}{z}=\sqrt{2}$ calculează $w=z^{2021}+\dfrac{1}{z^{2021}}$.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=Aa08IPRTOXY

SUPLIMENTAR – PROBLEME CU UN GRAD SPORIT DE DIFICULTATE

13. Fie $a,b,c \in \mathbb{C}^*$ astfel încât $|b|^2=3|a|\cdot|c|$, iar $\arg a, \arg b, \arg c$ sunt în progresie aritmetică. Dacă z_1, z_2 sunt rădăcinile ecuației $az^2+bz+c=0$, demonstrați că punctele $M_1(z_1), M_2(z_2)$ și O (originea axelor de coordonate), sunt vârfurile unui triunghi echilateral.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=5itfbeaxLMM

14. În exteriorul triunghiului oarecare ABC se construiesc triunghiurile echilatera $AC'B, B'AC$ și $CB'A$. Să se demonsteze că triunghiul cu vârfurile în centrele de greutate ale triunghiurilor construite este echilateral.

Rezolvare: https://www.youtube.com/watch?v=Wb_HRm21AkA

Bonus: Notiuni teoretice – interpretarea geometrică a numerelor complexe.
https://www.youtube.com/watch?v=X34WRSQTrEE –

Aplicații: https://www.youtube.com/watch?v=rIGJJ0fOA04&t=686s

Bibliografie Youtube: Pregătire Examene Mate, Invata Matematică Usor, Lecții Virtuale, Pauza de mate, Radu Poenaru, Atelierul de Matematică,